DURÉE DU JOUR ET DE LA NUIT

OLIVIER CASTÉRA

Résumé. Calcul de la durée du jour et de la nuit selon l'époque de l'année et le parallèle.

Table des matières

1 Durée du jour au solstice d'été 1
2 Cas général 3
3 Durée effective du jour 3

1 Durée du jour au solstice d'été

La précession et la nutation étant négligeables à l'échelle de temps considérée, nous faisons l'approximation que l'axe de rotation de la Terre sur elle-même reste fixe par rapport au reste de l'Univers. Aux solstices l'axe de rotation Nord-Sud est incliné vers le Soleil. Dans l'hémisphère Nord, au solstice d'été le pôle Nord est plus proche du Soleil que le pôle Sud [1].

Date: 31 octobre 2022.

1. Voir Equation du temps.pdf

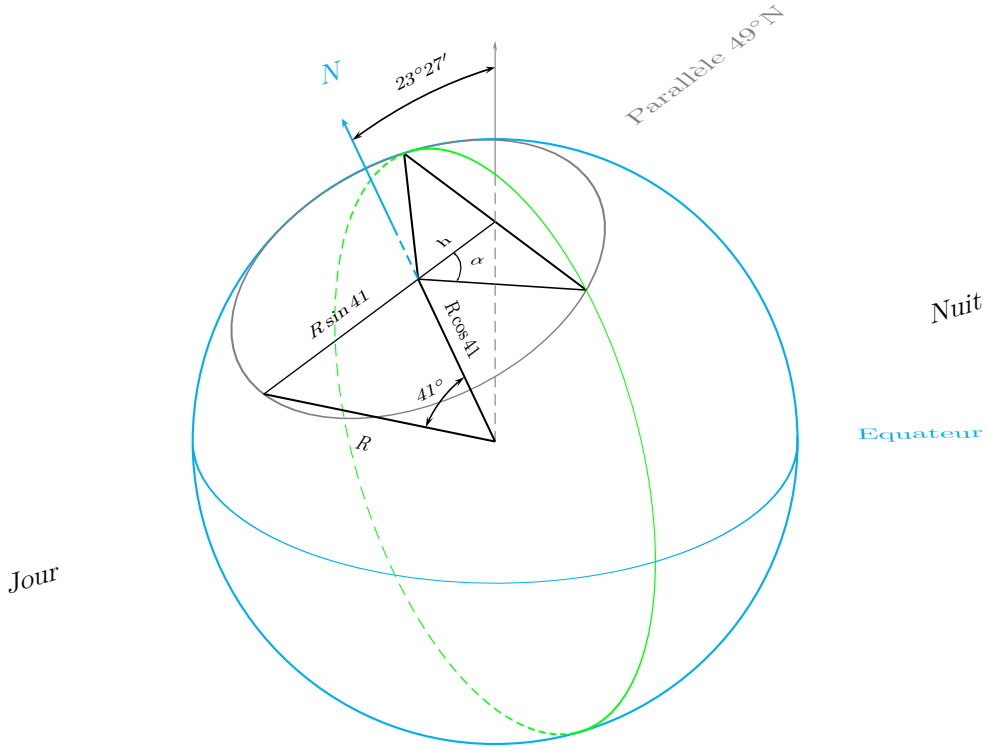

FIG 1. **Solstice d'été à Paris** (latitude 49°N)

Sur la figure 1 nous avons représenté en vert le grand cercle qui sépare le jour de la nuit. Il passe par un axe représenté en gris, qui est la perpendiculaire à l'écliptique passant par le centre de la Terre. Le grand cercle qui sépare le jour de la nuit n'est donc pas un méridien puisqu'il ne passe pas par les pôles. Nous choisissons d'effectuer les calculs pour la ville de Paris, de latitude 49°N et de colatitude 41°N, dont le parallèle est représenté en gris. La durée de la nuit étant proportionnelle à l'angle α, il nous faut d'abord trouver la longueur h

$$\tan 23°27' = \frac{h}{R\cos 41°}$$
$$h = R\cos 41° \tan 23°27'$$

dont on déduit α,

$$\begin{aligned}
\cos\alpha &= h/(R\sin 41°) \\
&= R\cos 41° \tan 23°27'/(R\sin 41°) \\
&= \cot 41° \tan 23°27' \\
&= \tan 49° \tan 23°27' \\
\alpha &= \arccos(\tan 49° \tan 23°27') \\
&= 60°3'58''
\end{aligned}$$

Grâce à l'angle α, on trouve la durée de la nuit au solstice d'été à Paris :

$$\frac{\alpha}{180} \times 24\text{h} \approx 8\text{h}$$

2 Cas général

A chaque instant le grand cercle qui sépare le jour de la nuit tourne autour de la perpendiculaire à l'écliptique passant par le centre de la Terre, en suivant le Soleil (avec 8min de retard, temps mis par la lumière pour nous parvenir du Soleil). Notez bien qu'il ne tourne pas autour du pôle Nord. Appelons n le nombre de jours écoulés depuis le solstice d'été, et, sur la figure 2, appelons θ l'angle parcouru par le grand cercle à partir du solstice d'été. Si l'on fait l'approximation que la Terre décrit un cerle autour du Soleil, alors on obtient l'expression de θ :

$$\theta = n \times \frac{360}{365,25}$$

L'angle θ est nul au solstice d'été, il vaut 90° à l'équinoxe d'automne, 180° au solstice d'hivers, et 270° à l'équinoxe de printemps.

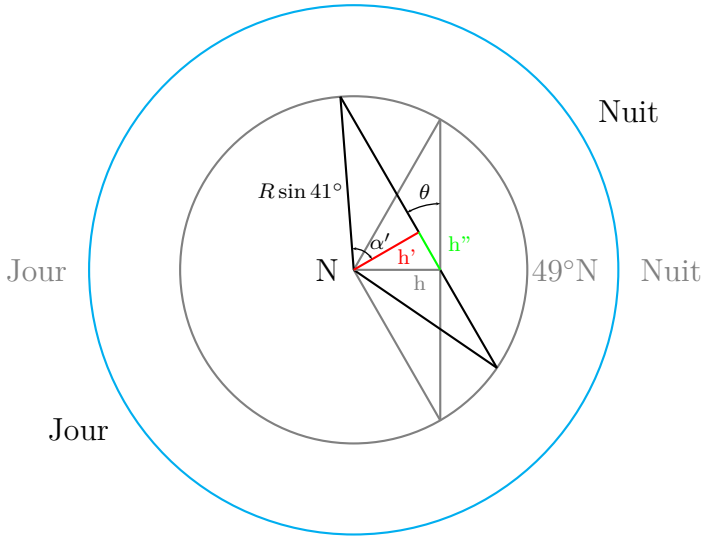

Fig 2. Configuration au solstice d'été (en gris) et à une autre période de l'année

Cherchons le nouvel angle α' :

$$\begin{aligned}
\cos\alpha' &= h'/(R\sin 41°) \\
&= h\cos\theta/(R\sin 41°) \\
&= R\cos 41°\tan 23°27'\cos\theta/(R\sin 41°) \\
&= \cot 41°\tan 23°27'\cos\theta \\
&= \tan 49°\tan 23°27'\cos\theta \\
\alpha' &= \arccos\left(\tan 49°\tan 23°27'\cos\theta\right)
\end{aligned}$$

Grâce à l'angle α' on trouve la durée de la nuit à Paris pour n'importe quel jour de l'année :

$$\textit{Durée de la nuit} = \arccos\left(\tan 49°\tan 23°27'\cos\theta\right) \times \frac{24\text{h}}{180}$$

3 Durée effective du jour

La réfraction atmosphérique augmente la durée effective du jour. Elle est d'environ 36′ à l'horizon. De même la surface apparente du Soleil vu de la Terre est de 30′. Si l'on considère

qu'en moyenne le Soleil parcours 180° en 12h, cela correspond à 2min30s de jour en plus dû à la réfraction, et 2min de jour en plus dû à la surface apparente du Soleil. Enfin, la variation du jour solaire vrai [2], due à l'excentricité de l'orbite terrestre et à l'obliquité de l'axe de rotation sur l'écliptique, font varier la durée du jour, de plus ou moins 30s au maximum.

Email address: o.castera@free.fr
URL: http://o.castera.free.fr/

2. Voir Equation du temps.pdf