

L'ÉQUATION DU TEMPS

OLIVIER CASTÉRA

RÉSUMÉ. Sur une année, la durée du jour solaire vrai varie entre 23 h 59 min 39 s et 24 h 0 min 30 s. Ces variations ont pour origine la composition de deux causes : l'excentricité de l'orbite terrestre et l'obliquité de l'écliptique.

TABLE DES MATIÈRES

1 Introduction	1
2 Excentricité de l'orbite terrestre	8
3 Obliquité de l'écliptique	10

1 INTRODUCTION

Au cours de l'année, le Soleil ne passe pas à heure régulière à son point le plus haut dans le ciel d'un observateur terrestre immobile. Parfois en avance, parfois en retard sur un temps moyen, indiqué par nos horloges. L'équation du temps est la différence entre ce temps moyen et le temps vrai que l'on obtient en observant la course du Soleil :

$$\text{Equation du temps} = \text{temps moyen (horloges)} - \text{temps vrai (Soleil)}$$

Les valeurs extrêmes de l'écart sont de +14 min le 11 février, le Soleil est en retard sur l'horloge, et de -16 min le 3 novembre, le Soleil est en avance sur l'horloge. L'équation du temps s'annule 4 fois par an : le 15 avril, le 13 juin, le 1^{er} septembre et le 25 décembre. C'est vers le solstice d'hiver que les jours solaires vrais sont les plus longs, et vers l'équinoxe d'automne qu'ils sont les plus courts. Nous allons étudier les deux causes à l'origine de l'équation du temps.

La Terre tourne sur elle-même autour de son axe de rotation, noté Nord-Sud, qui définit le Nord et le Sud vrais ou astronomiques, distincts du Nord et du Sud magnétiques indiqués par une boussole. Cette rotation s'effectue dans le sens direct (anti-horaire ou trigonométrique), vue du Nord. Le pôle Nord est aussi appelé pôle boréal, et le pôle Sud, pôle austral.

Nous considérerons que la Terre est parfaitement sphérique, en négligeant l'aplatissement de la Terre aux pôles dû à sa rotation, sa forme asphérique vestige de sa formation, ainsi que les différents reliefs.

Définition 1.1. *Plan méridien*

Le plan méridien est le plan contenant la verticale d'un lieu (en vert sur la figure 1) et l'axe de rotation de la Terre.

Définition 1.2. *Méridien*

Cercle défini par l'intersection du plan méridien et de la surface terrestre, tracé en gris sur la figure 1.

Définition 1.3. *Plan équatorial*

Plan perpendiculaire à l'axe de rotation et passant par le centre de gravité de la Terre.

Définition 1.4. *Équateur terrestre*

Grand cercle résultant de l'intersection de la surface terrestre et du plan équatorial, tracé en bleu sur la figure 1.

Définition 1.5. *Parallèle*

Petit cercle de la sphère terrestre, parallèle au plan de l'équateur, tracé en rouge sur la figure 1.

Définition 1.6. *Latitude*

Angle, noté ϕ , que fait la verticale d'un lieu avec le plan de l'équateur. Cet angle varie entre 0° à l'équateur et 90° aux pôles. Sur la figure 1, $\phi = 48^\circ N$. On note un N ou un S après la valeur de l'angle pour préciser s'il s'agit de l'hémisphère Nord ou Sud.

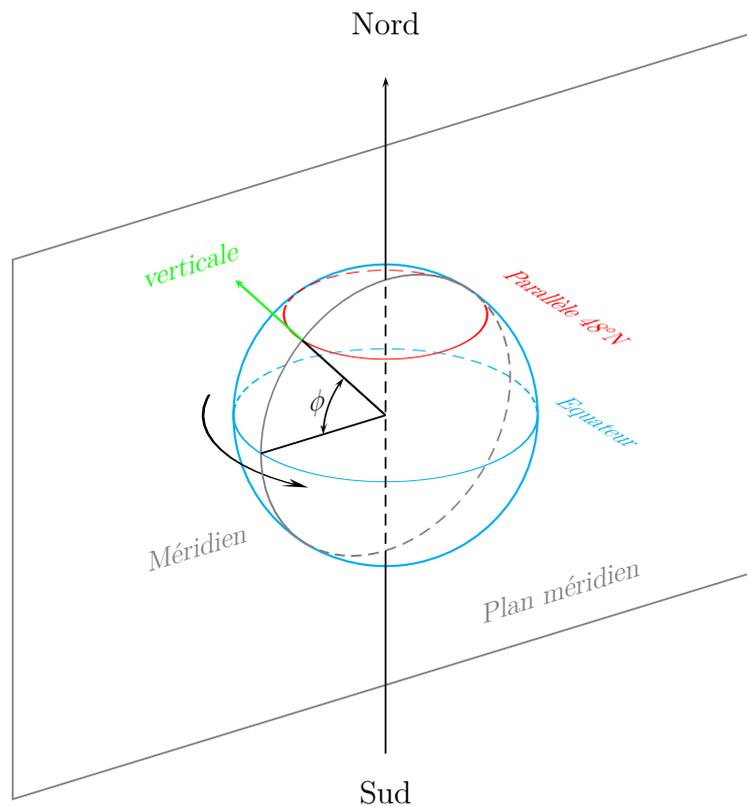


FIGURE 1. Un méridien et un parallèle de la Terre

Définition 1.7. *Jour solaire*

Durée entre deux passages consécutifs du Soleil au même méridien.

Définition 1.8. *Jour solaire moyen*

Durée moyenne du jour solaire déterminée sur un très grand intervalle de temps. Elle est fixée à 24 h :

$$1 \text{ jour solaire moyen} = 86\,400 \text{ s}$$

Définition 1.9. *Midi vrai*

Il est midi vrai lorsque le Soleil se trouve dans le plan méridien de l'observateur. Le Soleil atteint alors son point de plus grande hauteur dans le ciel de cet observateur. On parle aussi de passage supérieur ou de culmination.

La durée du jour solaire n'étant pas constante, on fixe à 24 h très exactement la durée moyenne du jour solaire sur une année. En divisant par 86400, nous obtenons la seconde de jour solaire moyen. Les marées terrestres et océaniques dues à l'interaction gravitationnelle de la Terre avec la Lune, avec le Soleil, et avec les autres planètes du système solaire, provoquent le ralentissement de la rotation de la Terre. Le jour solaire moyen perdant 2,3 ms par siècle, la seconde de jour solaire moyen est plus longue que la seconde du Système International.

Théorème 1.1. *Première loi de Képler*

L'orbite de la Terre est une ellipse dont le Soleil est à l'un des foyers.

Plus exactement, la Terre et le Soleil tournent autour de leur centre de gravité commun, qui est presque confondu avec celui du Soleil. C'est donc le centre de gravité commun qui se situe au foyer de l'ellipse décrite par la Terre.

Remarque. Les trois lois de Képler découlent de la mécanique et de l'axiome de l'attraction universelle de Newton en raison inverse du carré des distances. Historiquement, Kepler a d'abord énoncé ces lois en se servant des observations de Tycho-Brahé.

Définition 1.10. *Périhélie*

Point de l'orbite terrestre le plus proche du Soleil, ayant lieu le 3 janvier en 2010.

Définition 1.11. *Aphélie*

Point de l'orbite terrestre le plus loin du Soleil, ayant lieu le 6 juillet en 2010.

Définition 1.12. *Apsides*

Le périhélie et l'aphélie sont appelés apses de l'orbite.

Le grand axe de l'ellipse s'appelle par conséquent la ligne des apses. L'orbite de la Terre n'est pas exactement une ellipse car son grand axe tourne dans le sens direct de 11,461" par an. De nos jours, la Terre se trouve au périhélie le 3 janvier, date à laquelle il faut ajouter 4 min 39 s chaque année. Cette avance, dans le sens direct, du périhélie de la Terre et des autres planètes du système solaire, s'explique par la relativité générale, et par les perturbations des astres du système solaire entre eux.

Définition 1.13. *Excentricité*

L'excentricité e d'une orbite elliptique de demi grand axe a et de demi petit axe b (figure 2), est donnée par

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

L'excentricité d'une orbite circulaire est donc nulle. L'excentricité de l'orbite terrestre est égale à 0,016750 au 1^{er} janvier 1900, et diminue de 0,000043 par siècle depuis cette date.

Définition 1.14. *Plan de l'écliptique*

Plan contenant l'orbite moyenne de la Terre. De fait, il contient aussi le Soleil et la Terre.

Les autres planètes du système solaire sont aussi dans le plan de l'écliptique. En perturbant la trajectoire des autres planètes, Jupiter, la planète la plus massive du système solaire, leur a imposé petit à petit son plan de révolution.

Les orbites consécutives de la Lune forment une couronne torsadée complexe, due à son interaction avec la Terre et le Soleil. Le plan de l'orbite de la Lune autour de la Terre est incliné de 5° en moyenne sur le plan de l'écliptique, et varie de $\pm 1^\circ$.

La Terre et les autres planètes du système solaire tournent dans le sens direct sur elles-mêmes et autour du Soleil. Le Soleil tourne aussi sur lui-même dans le sens direct en 25 jours. Cette rotation des astres dans le sens direct aurait pour origine la conservation du moment cinétique lors de l'effondrement du nuage de gaz à l'origine du système solaire.

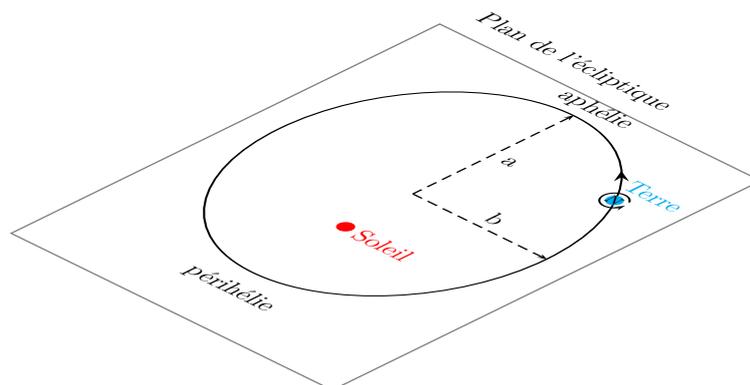


FIGURE 2. Plan de l'écliptique

Remarque. *Pour des raisons de lisibilité, le Soleil, la Terre et les axes de l'ellipse ne seront à l'échelle sur aucune des figures de ce document. Par exemple, sur la figure 2, l'excentricité de 0,55 est bien supérieure à l'excentricité réelle.*

Définition 1.15. *Obliquité de l'écliptique*

Angle de $23^\circ 26'$ que fait l'axe de rotation de la Terre avec la perpendiculaire au plan de l'écliptique.

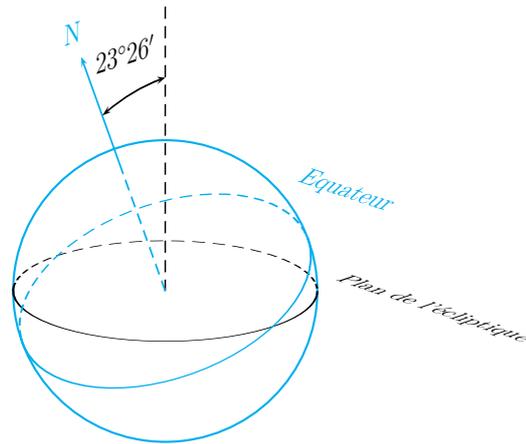


FIGURE 3. Obliquité de l'écliptique

Définition 1.16. *Précession*

Cône de révolution décrit par l'axe de rotation de la Terre, dans le sens rétrograde (horaire ou trigonométrique inverse), par rapport aux étoiles fixes. Le cône est effectué en 25 800 ans, ce qui correspond à $50,256''$ par an.

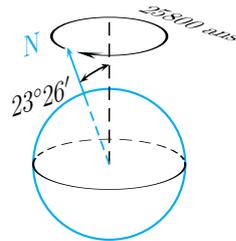


FIGURE 4. Précession

Remarque. La précession est due pour les deux tiers à l'attraction de la Lune et pour un tiers à celle du Soleil, sur le renflement équatorial de la Terre. Autrement dit, si la Terre était parfaitement sphérique (si elle ne tournait pas sur elle-même), il n'y aurait pas de mouvement de précession.

Remarque. Les étoiles dites fixes sont des étoiles lointaines dont le mouvement peut souvent être considéré comme négligeable. Pour être fixes il faudrait un référentiel absolu, dont nous savons qu'il n'a pas de réalité. L'usage veut que nous parlions de mouvement par rapport aux étoiles fixes bien qu'il serait plus correct de parler de mouvement par rapport au reste de l'Univers observable.

En raison de l'interaction de la Terre avec les autres planètes du système solaire, l'obliquité oscille, sur une période très longue, entre deux valeurs extrêmes, $21^{\circ}59'$ et $24^{\circ}36'$. Elle diminue actuellement de $47,6''$ par siècle.

Définition 1.17. *Nutation*

Mouvement quasi sinusoïdale de période 18,6 ans et d'amplitude maximale $9,21''$, décrit par l'axe de rotation de la Terre lors de sa précession.

Sous l'action de la seule nutation, l'axe de rotation de la Terre décrirait un petit cône elliptique, dont le grand axe de $18,42''$ serait dirigé vers la perpendiculaire à l'écliptique passant par le centre de la Terre, et dont le petit axe mesurerait $13,72''$. La nutation est presque due en totalité à l'attraction de la Lune. L'axe de rotation de la Terre a finalement un mouvement qui est le résultat de la précession et de la nutation. Les pôles décrivent une sorte de sinusoïde

festonnant ce cercle de 1390 dentelures, dont chacune ne l'écorne que de la $1/9170^e$ partie de son rayon.

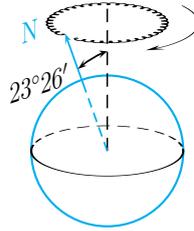


FIGURE 5. **Précession et Nutation**

Sur la figure 5, 40 sinusoïdes sont représentées, d'amplitude $1/20^e$ partie du rayon.

Définition 1.18. *Solstice*

Chacune des deux périodes de l'année où l'inégalité de durée du jour et de la nuit est la plus grande sur toute la Terre.

Lorsque la Terre se trouve aux solstices l'axe de rotation de la Terre est inclinée *vers le Soleil* de $23^{\circ}26'$.

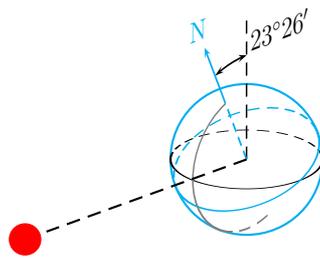


FIGURE 6. **Solstice d'été dans l'hémisphère Nord**

Définition 1.19. *Equinoxe*

Chacune des deux périodes de l'année où le jour a une durée égale à celle de la nuit sur toute la Terre.

Lorsque la Terre se trouve aux équinoxes son axe de rotation est incliné de $23^{\circ}26'$ *perpendiculairement* à la droite Terre-Soleil :

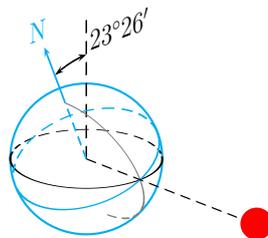


FIGURE 7. **Equinoxe d'automne dans l'hémisphère Nord**

Nous ferons l'approximation que sur une année, l'axe de rotation de la Terre reste fixe par rapport au reste de l'Univers. Nous négligerons donc les mouvements de précession et de nutation, ainsi que l'avance du périhélie.

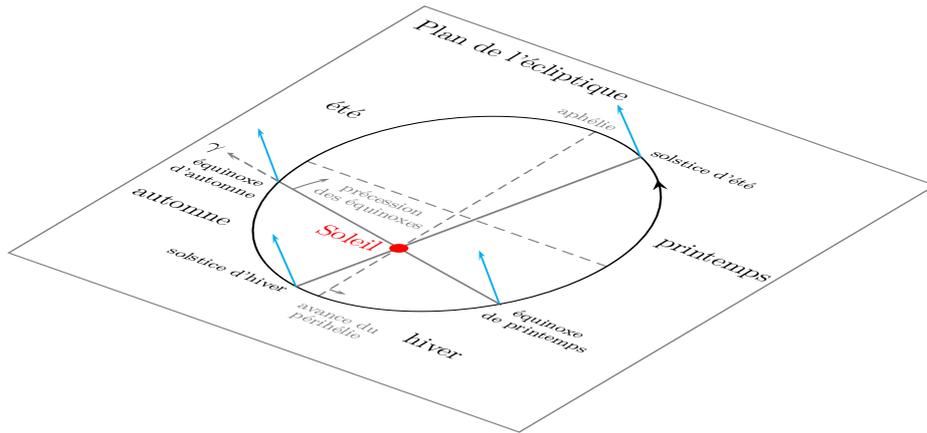


FIGURE 8. L'axe de rotation de la Terre est quasi fixe

Définition 1.20. *Points équinoxiaux*

Les points équinoxiaux γ et γ' sont les points d'intersection du plan équatorial et de l'écliptique. On les appelle aussi les noeuds de l'écliptique.

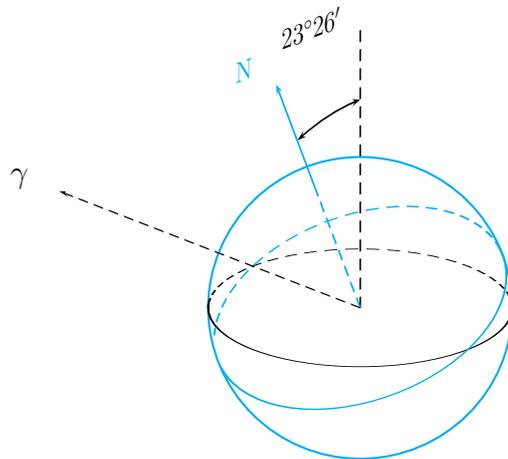


FIGURE 9. Point gamma

Le point γ , aussi appelé point *vernal*, peut être considéré comme une étoile fictive, qui, vue de la Terre le jour de l'équinoxe de printemps, serait située derrière le Soleil. Voir la figure 8 sur laquelle l'axe de rotation de la Terre, représenté en bleu, est en dehors du plan de l'écliptique.

Définition 1.21. *Année sidérale*

Intervalle de temps qui sépare deux conjonctions consécutives du Soleil et d'une étoile fixe. Autrement dit, lorsque le Soleil et l'étoile sont dans le plan contenant la perpendiculaire à l'écliptique passant par le centre de la Terre.

L'année sidérale compte 365,256 360 jours solaires moyens.

Remarque. Le temps sidéral étant relatif au point vernal, l'année sidérale aurait dû être définie par rapport à ce point, et non par rapport aux étoiles fixes. La définition précédente devrait être celle de l'année stellaire.

Définition 1.22. Année tropique

Intervalle de temps qui sépare deux équinoxes de printemps consécutifs.

L'année tropique compte 365,242 190 jours solaires moyens.

Du fait de la précession de l'axe de rotation de la Terre, appelée aussi précession des équinoxes, l'année tropique dure 19 min 59 s de moins que l'année sidérale :

$$\begin{aligned} (365,256\ 360 - 365,242\ 190) \times 86\ 400 &= 1199\ \text{s} \\ &= 19\ \text{min}\ 59\ \text{s} \end{aligned}$$

Définition 1.23. Année anomalistique

Intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs de la Terre au périhélie.

L'année anomalistique compte 365,259 635 jours solaires moyens.

Du fait de l'avance du périhélie de la Terre, l'année anomalistique dure 4 min 43 s de plus que l'année sidérale :

$$\begin{aligned} (365,259\ 635 - 365,256\ 360) \times 86\ 400 &= 283\ \text{s} \\ &= 4\ \text{min}\ 43\ \text{s} \end{aligned}$$

2 EXCENTRICITÉ DE L'ORBITE TERRESTRE

La rotation de la Terre sur elle-même s'accompagne d'un arc de révolution autour du Soleil, si bien qu'une rotation de la Terre sur elle-même en se référant au Soleil n'a pas la même durée qu'une rotation en se référant aux étoiles fixes :

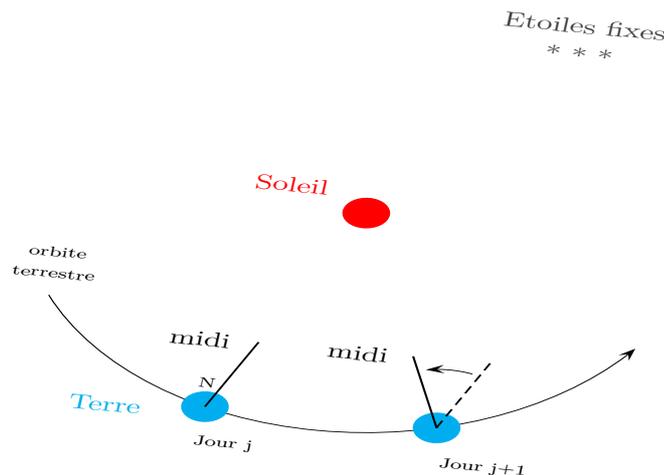


FIGURE 10. Durée du jour

Définition 2.1. Jour sidéral

Durée entre deux passages consécutifs du point vernal au méridien.

Contrairement à l'année sidérale qui est définie par rapport aux étoiles fixes, le jour sidéral est défini par rapport au point vernal.

La Terre tournant sur elle-même dans le même sens qu'autour du Soleil, sens direct, le jour solaire est plus long que le jour stellaire ou que le jour sidéral. Sur une année tropique il y aura un jour sidéral de plus que de jours solaires moyens :

$$365,242\,190 \text{ jours solaires moyens} = 366,242\,190 \text{ jours sidéraux}$$

Cette relation nous donne la durée précise du jour sidéral :

$$\begin{aligned} \frac{365,242\,190}{366,242\,190} \times 86\,400 &= 86\,164,0905 \text{ s} \\ &= 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,0905 \text{ s} \end{aligned}$$

en secondes de jour solaire moyen.

Définition 2.2. *Jour stellaire*

Durée entre deux passages consécutifs d'une étoile fixe au méridien.

La précession entraînant le déplacement rétrograde du point γ sur l'écliptique, le jour stellaire est plus long que le jour sidéral et a une durée de 23 h 56 min 4,0997 s :

$$\begin{aligned} \frac{365,256\,360}{366,256\,360} \times 86\,400 &= 86\,164,0997 \text{ s} \\ &= 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4,0997 \text{ s} \end{aligned}$$

Théorème 2.1. *Deuxième loi de Kepler*

Le rayon vecteur Terre-Soleil balaye des surfaces égales en des temps égaux.

Cette deuxième loi implique que la vitesse de la Terre varie sur son orbite, qu'elle est maximale au périhélie, et minimale à l'aphélie. À l'aphélie le jour solaire est égal au jour sidéral plus le temps mis pour parcourir l'angle α , et au périhélie le jour solaire est égale au jour sidéral plus le temps mis pour parcourir l'angle β (voir la figure 11).

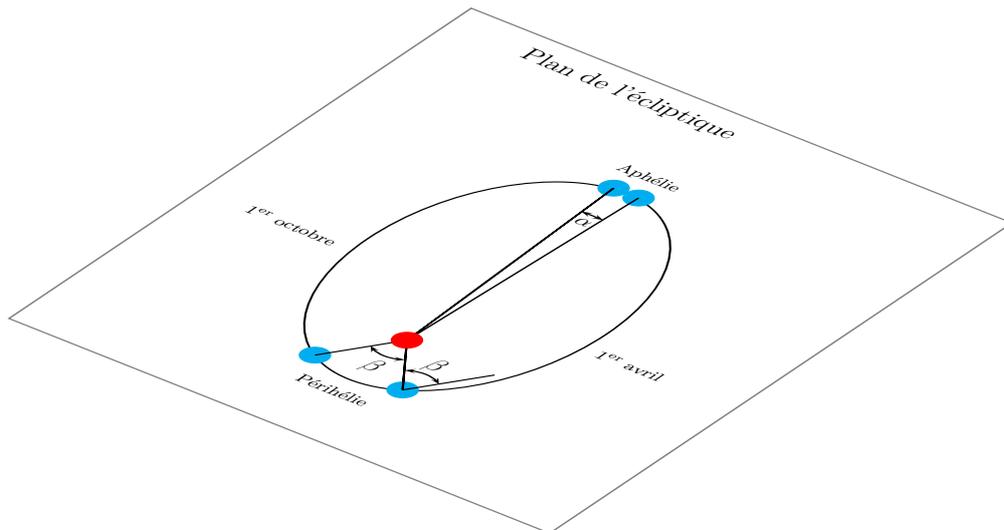


FIGURE 11. Révolution de la Terre autour du Soleil

Les surfaces balayées étant égales pour des intervalles de temps égaux, l'angle β est supérieur à l'angle α .

Si l'on ne considère que la composante due à l'excentricité de l'orbite terrestre, alors : du 1^{er} octobre au 1^{er} avril, le Soleil cumule du retard sur son passage au méridien car l'angle est important entre deux rotations complètes par rapport au Soleil. Le 1^{er} avril, son retard est maximum. Du 1^{er} avril au 1^{er} octobre le Soleil refait son retard, et le 1^{er} octobre, son avance sur le Soleil moyen indiqué par nos montres est maximum.

Ainsi, l'excentricité de l'orbite terrestre provoque une variation quasi sinusoïdale de la durée du jour solaire, de période l'année tropique.

3 OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE

L'orbite de la Terre est supposée circulaire puisque le problème lié à l'excentricité a été traité au chapitre précédent.

Nous supposons d'abord que l'axe de rotation n'est pas incliné sur l'écliptique. Par symétrie, quelle que soit l'époque de l'année, le midi vrai et le midi moyen sont confondus.

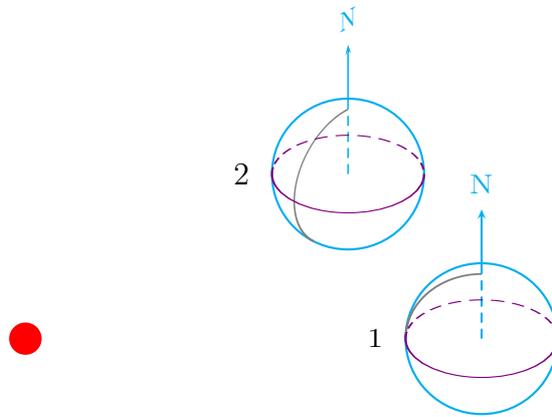


FIGURE 12. Midi vrai et midi moyen sont confondus

Pendant les 24h qui séparent les positions 1 et 2, la Terre effectue un tour plus environ $1/365$, 25° de tour, et le Soleil est de retour au zénith du méridien représenté en gris. En violet, le plan de l'écliptique est confondu avec le plan équatorial.

Inclinons à présent l'axe de rotation de la Terre en effectuant une rotation de $23^{\circ}26'$ autour de l'axe vernal ($\gamma\gamma'$), comme indiqué figure 13. Le plan de l'écliptique en rouge, se sépare du plan équatorial, en bleu.

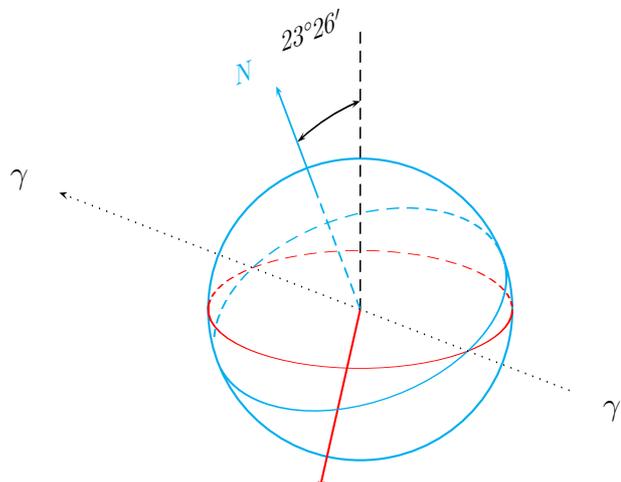


FIGURE 13. Inclinaison sur le plan de l'écliptique

La flèche rouge indique la direction du Soleil. L'angle entre l'axe vernal et la direction du Soleil correspond à la période de l'année, ici elle se situe entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne.

Effectuons cette rotation en nous plaçant dans le repère géocentrique (figure 14).

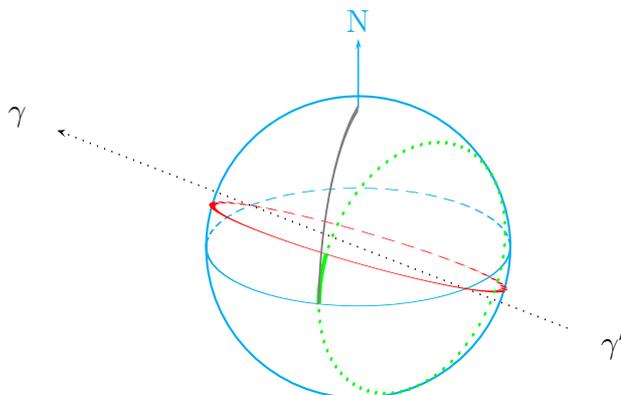


FIGURE 14. Dans le repère géocentrique

Pour une personne se trouvant sur l'équateur et sur le méridien gris sur lequel les horloges indiquent midi, lors de cette rotation le Soleil décrit un arc de petit cercle (en vert) centré sur l'axe vernal. Le Soleil sort du méridien gris sur lequel il était, il n'est plus midi vrai pour la personne. La Terre doit tourner encore un peu pour que le Soleil revienne sur le méridien : le Soleil est en retard. Aux équinoxes le Soleil est sur l'axe vernal, l'obliquité ne le sort pas du méridien. Il en va de même aux solstices, puisque l'obliquité lui fait suivre le méridien sur lequel il est.

L'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre sur l'écliptique provoque donc elle aussi une variation quasi sinusoïdale de la durée du jour solaire, mais dont la période est de 6 mois.

Email address: o.castera@free.fr

URL: <http://o.castera.free.fr/>